

# Minimalisasi Biaya Pembangunan Jaringan Listrik

Jeremia Axel Bachtera 13519188<sup>1</sup>  
Program Studi Teknik Informatika  
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika  
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia  
<sup>1</sup>13519188@std.stei.itb.ac.id

**Abstract**—Listrik merupakan salah satu kebutuhan pokok manusia saat ini. Di rumah-rumah penduduk saat ini sudah dapat dipastikan terdapat listrik. Jaringan listrik rumah sudah termasuk di saat rumah dibangun. Pembuatan jaringan listrik merupakan salah satu bagian yang mengeluarkan biaya cukup besar. Untuk meminimalisasi pengeluaran biaya ini, dapat digunakan graf untuk membuat hubungan antarruangan sehingga biaya pembangunan jaringan listrik dapat berkurang tanpa memengaruhi efektivitas listrik. Dengan menggunakan teori-teori graf seperti pohon merentang minimum dan sirkuit, minimalisasi dapat dilakukan. Graf merupakan struktur diskrit yang terdiri dari himpunan simpul dan himpunan sisi yang menghubungkan simpul-simpul.

**Keywords**—Jaringan listrik, graf, minimalisasi.

## I. PENDAHULUAN

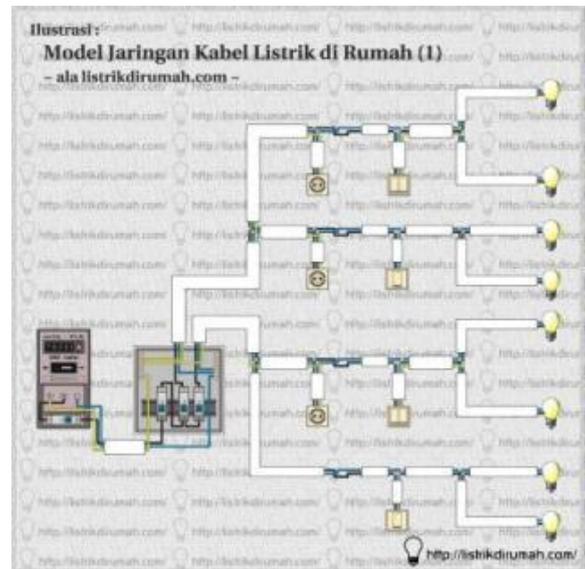
Listrik merupakan salah satu kebutuhan pokok manusia saat ini. Baik di ruangan publik maupun di rumah-rumah penduduk, listrik merupakan suatu hal yang dapat kita nikmati. Adanya listrik membutuhkan jaringan listrik agar listrik dapat dialirkan dari sumber ke barang yang mengonsumsi listrik.

Pembangunan jaringan listrik membutuhkan biaya yang cukup besar. Kabel listrik dengan kualitas yang rendah tentunya murah, namun kabel listrik dengan kualitas yang rendah akan meningkatkan kemungkinan panasnya kabel, ditambah isolasi kabel yang tidak tahan panas menyebabkan kabel rusak dan dapat menyebabkan arus pendek atau korsleting listrik. Hal ini berbahaya karena dapat menyebabkan kebakaran rumah. Sedangkan, harga kabel listrik dengan kualitas yang baik cukup tinggi. Terlebih jika panjang kabel listrik yang diperlukan sangat panjang.

Namun bagaimana caranya membangun jaringan kelistrikan yang aman dengan biaya yang efisien? Perancangan jaringan listrik diperlukan sebelum membangun bangunan dengan jaringan listrik tersebut.

Solusi dari permasalahan ini adalah dengan menggunakan teori graf. Dengan solusi ini, maka dapat dilakukan minimalisasi biaya untuk pembangunan jaringan listrik. Teori graf yang digunakan adalah pohon merentang minimum.

Pohon merentang minimum berguna mencari upagraf dari sebuah graf yang mengandung semua simpul di graf, tanpa sirkuit, dengan bobot terkecil. Pohon merentang minimum bermanfaat untuk meminimalisasi sisi-sisi namun tetap menghubungkan tiap simpul. Salah satu contoh pemanfaatannya adalah pembangunan jalan-jalan yang menghubungkan kota-kota.



Gambar 1. Ilustrasi jaringan listrik rumah  
Sumber : listrikdirumah.com

## II. LANDASAN TEORI

### A. Graf

#### a. Definisi

Menurut Rosen (2012), graf adalah struktur diskrit yang tersusun dari simpul dan sisi yang menghubungkan simpul-simpul. Dalam bentuk matematisnya, graf didefinisikan dengan:

$$G = (V, E)$$

$$G = \text{Graph (Graf)}$$

$$V = \text{Vertices (Simpul)} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$$

$$E = \text{Edges (Sisi)} = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$$

Graf bermanfaat diberbagai bidang untuk mempermudah manusia dalam memahami suatu persoalan. Contoh pemanfaatannya adalah :

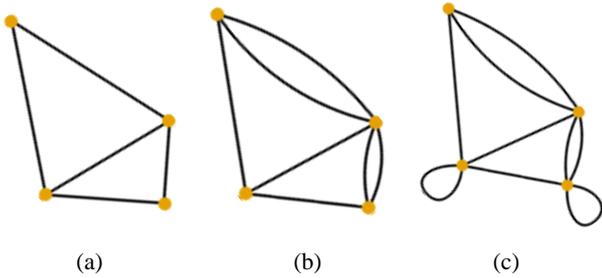
1. menggambarkan peta,
2. jaring makanan,
3. jaringan komputer,
4. organigram, dan
5. prosedur.

Dengan menggunakan graf, seseorang dapat lebih memahami mekanisme atau hubungan dari sesuatu hal.

#### b. Jenis-jenis

Dalam matematika diskrit, ada beberapa jenis graf, yaitu :

1. Graf sederhana  
Graf tak berarah tanpa sisi ganda dan kalang (*loop*).
2. Graf ganda  
Graf tak berarah dengan sisi ganda tanpa kalang.
3. Graf semu  
Graf tak berarah dengan sisi ganda dan/atau kalang.
4. Graf berarah  
Graf berarah tanpa sisi ganda.
5. Graf ganda berarah  
Graf berarah dengan sisi ganda dan/atau kalang.



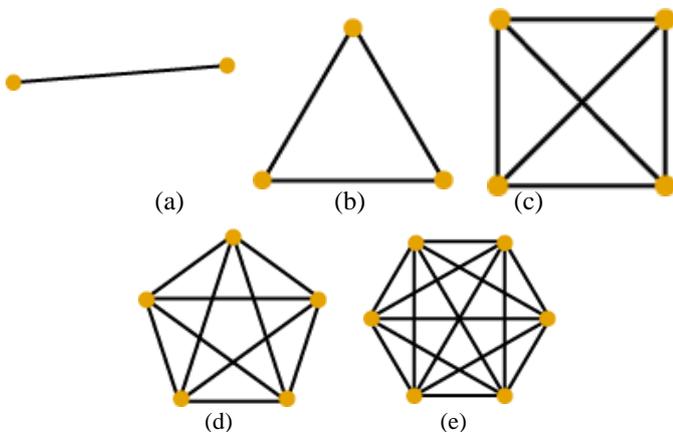
Gambar 2. (a) graf sederhana, (b) graf ganda, (c) graf semu, (d) graf berarah, dan (e) graf ganda berarah

c. Graf sederhana khusus

Terdapat beberapa graf sederhana khusus seperti graf lengkap, graf lingkaran, graf teratur, dan graf bipartit.

1. Graf Lengkap

Graf lengkap merupakan graf yang setiap simpulnya terhubung dengan simpul-simpul lainnya. Graf lengkap dilambangkan dengan  $K_n$  dengan  $n$  merupakan banyak simpul yang berarti tiap simpulnya berderajat  $n - 1$ .

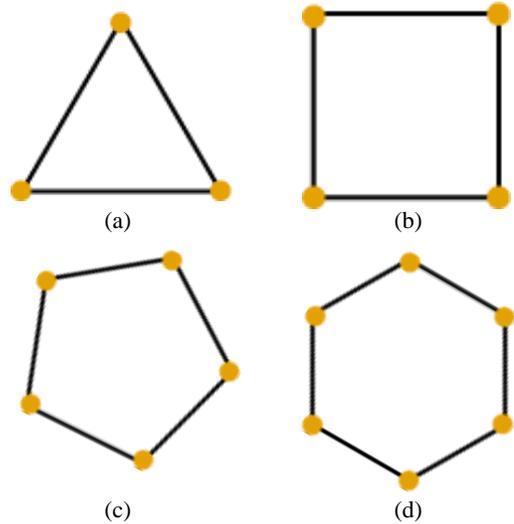


Gambar 3. Graf lengkap : (a)  $K_2$ , (b)  $K_3$ , (c)  $K_4$ , (d)  $K_5$ , dan (e)  $K_6$

2. Graf Lingkaran

Graf lingkaran merupakan graf yang sisi-sisinya melingkari pusatnya, dengan kata lain tiap simpul berderajat dua. Graf lingkaran dilambangkan dengan  $C_n$  dengan  $n$  merupakan

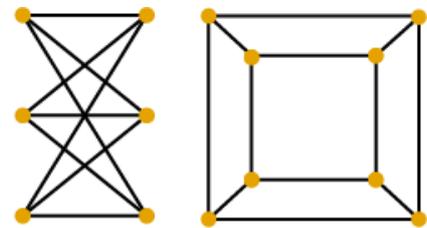
banyak simpul lebih dari atau sama dengan tiga buah simpul.



Gambar 4. Graf lingkaran : (a)  $C_3$ , (b)  $C_4$ , (c)  $C_5$ , dan (d)  $C_6$

3. Graf Teratur

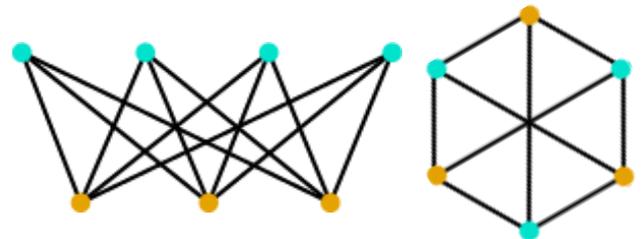
Graf teratur merupakan graf dengan derajat tiap simpulnya sama ( $r$ ). Graf lengkap dan graf lingkaran termasuk graf teratur.



Gambar 5. Graf teratur

4. Graf Bipartit

Graf bipartit merupakan graf yang himpunan simpulnya dapat dibagi menjadi dua himpunan sedemikian sehingga setiap sisi di  $G$  menghubungkan antar-dua-himpunan tersebut.



Gambar 6. Graf bipartit

d. Lintasan dan Sirkuit

Lintasan dalam sebuah graf merupakan sisi-sisi yang dilalui dari sebuah simpul ke simpul lainnya. Dan sirkuit merupakan sisi-sisi yang dilalui dari sebuah simpul ke simpul lainnya dan berakhir di simpul awal.

i. Lintasan dan Sirkuit Euler

Lintasan Euler merupakan lintasan dalam sebuah graf yang melewati sisi-sisi tepat satu kali.

Sirkuit Euler merupakan sirkuit dalam sebuah graf yang melewati sisi-sisi tepat satu kali.

ii. Lintasan dan Sirkuit Hamilton

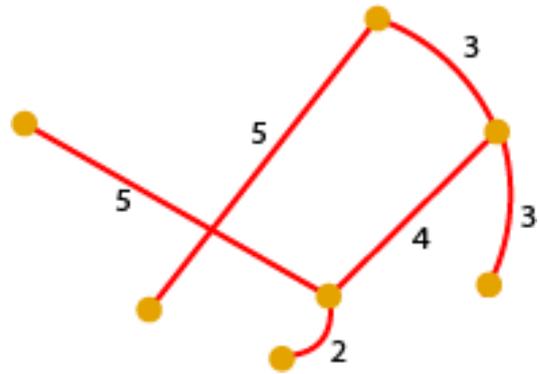
Lintasan Hamilton merupakan lintasan dalam sebuah graf

yang melewati simpul-simpul tepat satu kali.

Sirkuit Hamilton merupakan sirkuit dalam sebuah graf yang melewati simpul-simpul tepat satu kali kecuali simpul awal (dan akhir).

e. *Travelling Salesman Problem*

*Travelling Salesman Problem* merupakan permasalahan di mana setiap simpul di dalam graf harus dilalui tepat satu kali (kecuali simpul awal) dan kembali ke simpul awal. *Travelling Salesman Problem* atau disingkat TSP bermanfaat dalam berbagai hal seperti perancangan algoritma, perakitan mikrochip, dan perancangan tata kota. TSP bertujuan mencari Sirkuit Hamilton dengan bobot terkecil.



Gambar 7.b. Pohon merentang minimum dari graf

Pada gambar di atas, dalam sebuah graf terdapat pohon merentang minimum dengan sisi-sisi berwarna merah. Pohon merentang minimum tersebut memiliki bobot yaitu penjumlahan tiap sisi-sisinya. Dalam pohon merentang minimum tersebut bobotnya adalah 22.

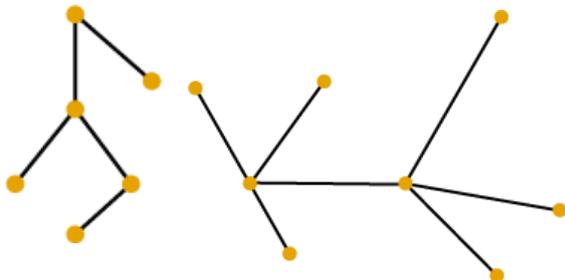
B. *Pohon*

a. *Pohon Umum*

Pohon merupakan graf terhubung yang tidak memiliki sirkuit. Jika  $G$  adalah pohon, maka  $G$  memiliki sifat-sifat :

1. Setiap pasang simpul di  $G$  terhubung dengan lintasan tunggal.
2.  $G$  memiliki  $n - 1$  buah sisi.
3.  $G$  tidak memiliki sirkuit.
4. Penambahan satu sisi akan membuat sebuah sirkuit.

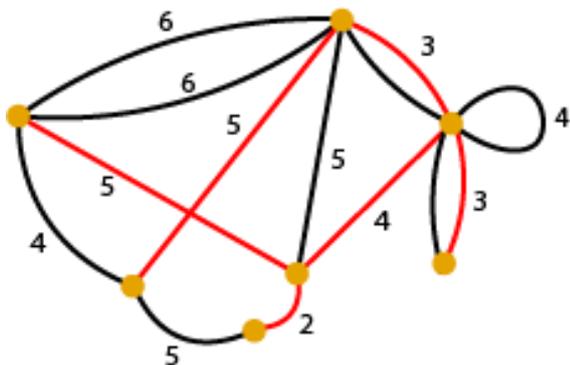
Dalam sebuah graf terhubung, terdapat banyak pohon yang mungkin. Sekumpulan pohon-pohon disebut hutan. Pohon bermanfaat sebagai graf yang menghubungkan tiap simpul hanya dengan satu sisi (tanpa sisi berulang atau kalang).



Gambar 6. Pohon

b. *Pohon Merentang Minimum*

Pohon merentang minimum merupakan pohon merentang yang membangun suatu graf dengan bobot minimum. Suatu graf terhubung bisa memiliki lebih dari satu pohon merentang. Namun untuk pohon merentang minimum sering hanya terdapat hanya satu namun bisa juga lebih jika terdapat banyak sisi-sisi yang bernilai sama, sehingga kemungkinannya tidak hanya satu.



Gambar 7.a. Graf dengan pohon merentang minimum

c. *Algoritma Mencari Pohon Merentang Minimum*

Dalam mencari pohon merentang minimum dari sebuah graf terdapat berbagai cara yaitu :

1. *Algoritma Boruvka*

Diambil dari Marpaung (2020), Algoritma Boruvka adalah algoritma untuk mencari pohon merentang minimum dengan cara memeriksa tiap simpul dan menambahkan tiap sisi dengan bobot terkecil. Tahap ini terus dilakukan sampai pohon merentang minimum terbentuk, tanpa memeriksa apakah sisi tersebut sudah ditambahkan atau belum.

2. *Algoritma Chazelle*

Algoritma Chazelle menggunakan Algoritma Inverse-Ackermann. Algoritma ini bekerja dengan menggunakan fungsi Ackermann. Algoritma ini memecah graf secara rekursif menjadi subgraf-subgraf lebih kecil hingga menjadi graf dengan satu simpul di saat yang bersamaan, membentuk sebuah pohon seimbang. Setelah itu menggunakan fungsi Ackermann untuk menghitung nilainya.

3. *Algoritma Prim*

Algoritma Prim bekerja dengan cara mencari sisi terkecil dan kemudian mencari sisi terkecil yang terhubung tanpa membentuk sirkuit dengan sisi terkecil sebelumnya. Tahap ini terus dilakukan sampai seluruh simpul sudah terhubung.

4. *Algoritma Kruskal*

Algoritma Kruskal bekerja pada graf yang sudah terurut. Algoritma Kruskal mengurutkan dari awal graf dan kemudian memasukan sisi yang terbentuk ke dalam pohon merentang. Jika sisi yang terbentuk ternyata membentuk sirkuit, maka sisi itu akan dibatalkan dan dilanjutkan ke sisi berikutnya sampai seluruh simpul sudah diperiksa dan akan terbentuk pohon merentang minimum.

III. *JARINGAN LISTRIK*

Jaringan listrik pada suatu bangunan merupakan suatu hal yang sangat dibutuhkan namun juga sering menjadi sumber bencana. Menurut Amrullah (2020) dalam artikelnya di

republika.co.id, kasus kebakaran di Jakarta didominasi oleh korsleting listrik. Sebanyak 12 dari 21 kasus dalam bulan Agustus 2020 merupakan korsleting dan sisanya pembakaran sampah, lilin, dan ledakan gas. Arus pendek listrik dapat disebabkan oleh berbagai faktor, faktor yang paling mungkin terjadi adalah akibat penggunaan perangkat elektronik dengan kualitas buruk seperti kabel yang berkualitas buruk.

Kualitas kabel yang buruk membuatnya mudah menjadi rusak sehingga arus pendek jadi lebih mungkin terjadi. Solusinya tentu saja dengan menggunakan kabel dengan kualitas yang lebih baik. Namun, harga dari kabel berkualitas tinggi tidaklah murah, harga permeternya saja cukup signifikan dibandingkan kabel biasa. Karena itu untuk memangkas biaya yang berlebih namun dengan keamanan yang sama, diperlukan membuat jaringan listrik dalam sebuah gedung yang dapat menggunakan panjang kabel seminimal mungkin.



Gambar 8. Jaringan listrik pada satu lantai perkantoran  
Sumber gambar dasar : researchgate.net

Dalam sebuah bangunan perkantoran seperti di gambar 7, kabel yang digunakan tentu sangat panjang, namun dengan pemanfaatan teori graf, dapat diminimalisasi panjang kabel yang digunakan.

Untuk mendapat biaya yang terminimalisasi diperlukan panjang kabel yang seminimal mungkin. Dalam representasi graf, panjang kabel direpresentasikan sebagai sisi graf. Karena sebuah bangunan tidak memerlukan sambungan kabel ganda dan tidak memerlukan kalang, akan digunakan graf sederhana (tanpa sisi ganda dan tanpa kalang) berbobot. Bobot dalam graf ini merepresentasikan jarak antarsimpul atau dengan kata lain panjang kabel yang akan digunakan.

Untuk mendapat biaya yang terminimalisasi diperlukan panjang kabel yang seminimal mungkin. Dalam representasi graf, panjang kabel direpresentasikan sebagai sisi graf. Karena sebuah bangunan tidak memerlukan sambungan kabel ganda dan tidak memerlukan kalang, akan digunakan graf sederhana (tanpa sisi ganda dan tanpa kalang) berbobot. Bobot dalam graf ini merepresentasikan jarak antarsimpul atau dengan kata lain panjang kabel yang akan digunakan.

Dalam membuat jaringan listrik yang lebih murah, diperlukan untuk mencari pohon merentang minimum dari setiap kemungkinan hubungan listrik. Untuk mencari pohon merentang minimum diperlukan untuk membuat graf terlebih dahulu.

Untuk memberi penggambaran, contoh di bawah ini

menggunakan denah rumah. Dalam penggambaran perancangan jaringan listrik ini, kabel listrik diletakkan di atap atau di bawah tanah sehingga tidak terpengaruh oleh tembok atau bentuk bangunan namun simpul-simpul (titik-titik yang menjadi titik sumber listrik) terletak pada tembok.



Gambar 9.a. Denah rumah

Pertama, dalam contoh ini, di gunakan lampu rumah (simbol lingkaran dengan silang yang berwarna merah), hubungkan setiap lampu dengan saklar (simbol lingkaran dengan tungkai di atasnya yang berwarna coklat) di lokasi yang dikehendaki (garis biru melambangkan sisi yang dalam contoh ini tidak diperhitungkan).

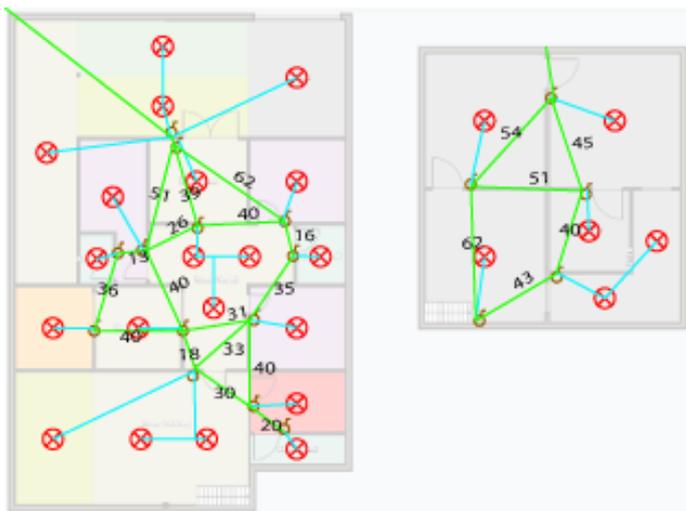


Gambar 9.b. Tiap lampu terhubung dengan saklar

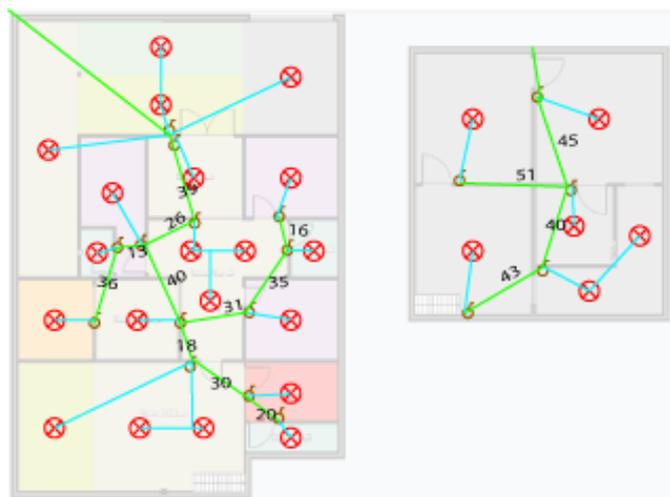
Kemudian, hubungkan setiap saklar-saklar hingga membentuk graf dengan masing-masing sisi (garis hijau) diberikan bobot. Dalam contoh ini bobot sisi menggunakan perbandingan. Dalam contoh ini, hubungan antara lantai 1 (blok sebelah kiri) dengan lantai 2 (blok sebelah kanan) tidak diperhitungkan karena panjangnya ditentukan oleh tinggi lantai dalam bangunan.

Setelah itu, gunakan algoritma pencari pohon merentang minimum (dalam contoh ini penulis menggunakan Algoritma Prim) dari graf yang terbentuk. Setelah menggunakan algoritma

pencairi pohon merentang minimum, akan terbentuk pohon merentang minimum dengan bobot minimum.



Gambar 9.c. Graf antarsaklar



Gambar 9.d. Hasil pohon merentang minimum

Dari percobaan di atas, menggunakan denah sebuah rumah, dari gambar 9.c dapat terlihat perkiraan panjang dari simpul ke simpul yang membentuk graf. Kemudian setelah menggunakan algoritma untuk mencari pohon merentang minimum, didapatkan hasil seperti pada gambar 9.d.

Dari pohon merentang minimum yang didapat dari proses di atas, jika panjang masing-masing sisi dijumlahkan, akan didapatkan nilai 483. Bagaimana dengan bentuk jaringan listrik pada umumnya? Apakah lebih panjang atau justru lebih pendek? Untuk itu akan dibuat ilustrasi dengan denah rumah yang sama namun menggunakan bentuk jaringan yang sesuai pada umumnya.

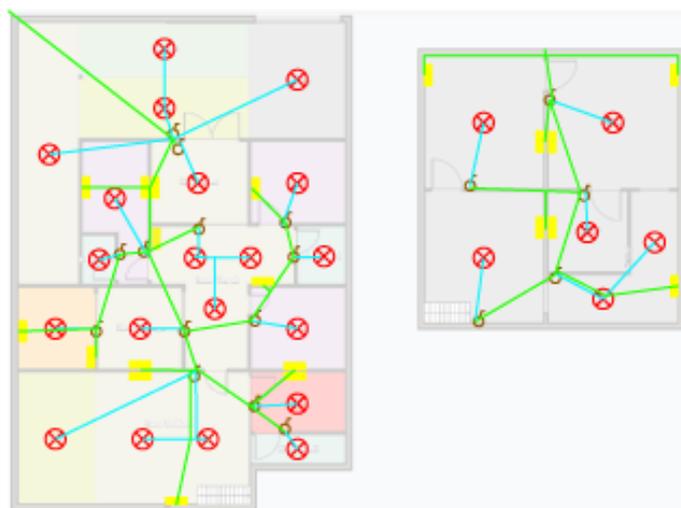
Bentuk jaringan listrik pada umumnya, kabel-kabel listrik mengikuti bentuk tembok karena kabel ditanam pada tembok. Cara seperti ini akan memakan lebih banyak panjang kabel. Akibatnya panjang total dari kabel listrik yang digunakan akan lebih panjang sehingga biaya yang dikeluarkan akan lebih tinggi.



Gambar 9.e. Jaringan rumah umum

Jika dibandingkan dengan bentuk jaringan listrik rumah pada umumnya, seperti pada gambar 7.e, jumlah sisi-sisi bernilai 670. Terbukti dengan menggunakan teori graf mengenai pohon merentang minimum, panjang kabel yang digunakan akan lebih sedikit dan biaya akan minimum.

Setelah panjang penggunaan kabel antara bentuk jaringan umumnya dengan bentuk jaringan yang menggunakan pohon merentang minimum, bentuk jaringan yang menggunakan pohon merentang minimum dapat mengurangi panjang kabel yang dipakai. Dengan demikian biaya pembangunan jaringan listrik rumah dapat diminimalisasi. Namun kekurangan dari bentuk jaringan seperti ini adalah perawatannya yang memerlukan usaha lebih karena kabel-kabel yang langsung terhubung dengan simpul lainnya. Namun untuk ukuran rumah biasa, dengan kemungkinan perlu perawatan jaringan listrik yang sangat minim, sehingga menggunakan cara seperti ini



Gambar 10. Jaringan dengan penambahan stop kontak (kotak kuning)

dapat lebih efisien. Terlebih pada contoh hanya menggunakan lampu dan saklar sebagai sampel titik listrik. Jika menggunakan lebih banyak simpul (titik yang membutuhkan sambungan listrik) seperti stop kontak, maka penghematan panjang kabel

akan lebih signifikan.

## V. KESIMPULAN

Pemanfaatan teori graf dapat meminimalisasi panjang kabel yang diperlukan sehingga biaya yang diperlukan untuk pembangunan jaringan listrik dapat lebih murah. Perancangan dibuat dengan cara :

1. Membuat simpul-simpul yang membutuhkan listrik dan kemudian menyambungkan simpul-simpul hingga terbentuk graf berbobot dengan jarak antarsimpul.
2. Menggunakan algoritma untuk mencari pohon merentang minimum menggunakan sirkuit dari *Travelling Salesman Problem* dan memutus sisi terbesar dari sirkuit yang terbentuk untuk mencari jaringan listrik minimum (dalam kasus tertentu seperti bangunan yang dengan bentuk yang melingkar).

Namun, perbedaan biaya untuk bangunan yang relatif kecil cenderung kurang signifikan. Perbedaan yang cukup signifikan akan lebih nampak pada bangunan yang cukup besar karena selisihnya juga akan lebih besar.

## VII. UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis berterima kasih sebesar-besarnya kepada pihak-pihak yang telah mendukung penulis sehingga makalah ini dapat selesai. Terima kasih kepada Tuhan Yang Maha Esa yang telah memberkati dan melancarkan penulisan makalah ini. Terima kasih kepada kedua orangtua atas dukungan secara fisik dan juga mental.

Terima kasih kepada para dosen pengampu kuliah IF2120 Matematika Diskrit khususnya Bapak Dr. Ir. Rinaldi Munir M.T. atas situs webnya yang sudah menyediakan makalah-makalah buatan mahasiswa terdahulu yang memberi inspirasi sekaligus membuat bingung. Terima kasih juga kepada para penulis yang menjadi referensi yang digunakan dalam makalah ini.

Terima kasih juga kepada teman-teman Teknik Informatika ITB 2019 seperjuangan yang menjadi teman diskusi dan membantu melancarkan tersusunnya makalah ini. Tanpa dukungan pihak-pihak tersebut, makalah ini tidak akan terselesaikan.

## REFERENSI

- [1] A. Amrullah, "Kebakaran di Jakarta Masih Didominasi Korsleting Listrik". 2020. Diambil pada Rabu, 09 Desember 2020 pukul 22.00 WIB <https://republika.co.id/berita/daerah/jabodetabek-nasional/qgceoc396/kebakaran-di-jakarta-masih-didominasi-korsleting-listrik>.
- [2] B. Chazelle, *A Minimum Spanning Tree Algorithm with Inverse-Ackermann Type Complexity*. Journal of the ACM, 47(6), 2000, pp. 1028-1047. <https://www.cs.princeton.edu/~chazelle/pubs/mst.pdf>
- [3] F. Marpaung dan Amita, "Comparative of prim's and boruvka's algorithm to solve minimum spanning tree problems," 2020, J. Phys.: Conf. Ser. 1462 012043. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1462/1/012043/pdf>
- [4] Munir, Rinaldi. Matematika Diskrit, revisi keenam, Bandung, 2016.

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 10 Desember 2020



Jeremia Axel 13519188